



一种加权稀疏约束的 Capon 波束成形算法

杜永兴, 马新, 李宝山, 秦岭

(内蒙古科技大学信息工程学院, 内蒙古 包头 014010)

摘要: 针对 Capon 波束成形器旁瓣较高及零陷不深的问题, 对降低旁瓣及零陷的方法进行了研究, 提出了一种加权稀疏约束 Capon 波束成形算法。首先利用旁瓣阵列流型矩阵与协方差矩阵的相关运算, 得到干扰和噪声能量在不同方向的粗略后验分布情况, 其次根据得到的结果对不同的方向加权不同的值, 并对干扰进行约束。仿真结果表明, 该算法有效降低了波束图的旁瓣及零陷深度, 增加了抑制噪声及抗干扰的能力, 且在期望信号误差和阵列误差情况下均保持较好的顽健性。

关键词: 波束成形; 加权稀疏约束; 旁瓣抑制; 抗干扰; 顽健

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2018019

A weighted sparse constraint Capon beamforming algorithm

DU Yongxin, MA Xin, LI Baoshan, QIN Ling

School of Information Engineering, Inner Mongolia University of Science and Technology, Baotou 014010, China

Abstract: Aiming at the problem of high sidelobes and nulls was not deep of Capon beamformer, the methods of reducing sidelobes and nulls were studied, a weighted sparse constraint Capon beamforming algorithm was proposed. Firstly, using the correlation operation of sidelobe array manifold matrix and the covariance matrix obtained the interference and noise energy were roughly posterior distribution in different directions. Then, different values were weighted in different directions according to the results, and restrained the interference. Simulation results show that the approach can reduce the sidelobes and deepen the null to fall the depth of the beam pattern, and improve the ability of suppress noise and interference. The proposed method is robust to both expected and array errors.

Key words: beamforming, weighted sparse constraint, sidelobe suppression, anti-interference, robust

1 引言

随着科技的进步, 无线电技术已深入人们生活的诸多方面。天线作为无线电的支柱尤为重要,

天线的核心技术——波束成形技术已被广泛地应用于通信、医学、声学^[1-3]等领域, 为人类生活提供了极大的帮助。波束成形器通过将阵列天线每个阵元接收到的信号进行加权求和输出^[4], 达到

收稿日期: 2017-08-03; 修回日期: 2017-09-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61661044, No.61501266); 内蒙古自然科学基金资助项目 (No.2015MS0625)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China(No.61661044, No.61501266), Inner Mongolia Autonomous Region Natural Science Foundation (No.2015MS0625)

增强期望信号、抑制干扰和噪声的目的。传统的自适应波束成形器——标准 Capon 波束成形器^[5] (standard Capon beamformer, SCB) 是在保证期望信号无失真输出的情况下最小化输出功率, 使输出的波束图较好地成形。Capon 波束成形算法在低快拍时, 旁瓣升高, 抗噪声能力下降。之后对角加载算法被提出用来解决小特征值扰动问题, 但加载量一直没有一个最优解。随着对各种算法的广泛应用, 人们提出了应对实际问题的各种算法, 如针对飞行器快速移动提出的零陷展宽算法^[6, 7], 虽然它能解决飞行器在快速移动时不能准确去除干扰的问题, 但同时也降低了抗噪能力。还有针对协方差矩阵中存在期望信号分量的情况提出了基于协方差矩阵重构^[8]的各种算法。其提高了波束成形的顽健性, 但性能依赖于约束参数的选择和样本协方差矩阵的精度。

近年来, 随着人们对压缩感知的研究及在信号处理方面的应用, 提出了基于稀疏约束的波束成形算法。如 Zhang Y 等人^[9]提出的一种基于稀疏约束的波束成形器 (sparsity-constrained Capon beamformer, SCCB)、用 l_1 范数解决稀疏性问题的方法^[10]等。本文在 SCCB 的基础上进行改进, SCCB 是对任意方向的波束施加相同的约束, 而本文是对旁瓣的干扰和噪声施加了人为的约束^[11], 从而使成形的波束图有更深的零陷和更低的旁瓣。

2 数学模型

假设有 $M+1$ 个不相关窄带信号 (1 个期望信号, M 个干扰信号) 入射到 N 个阵元组成的均匀线阵, 自适应波束成形器接收到的信号为:

$$x(k) = a(\theta_0)s_0(k) + \sum_{i=1}^M a(\theta_i)s_i(k) + n(k) \quad (1)$$

其中, θ_0 表示期望信号波达方向; $a(\theta_0)$ 表示期望信号的导向矢量; k 为时间采样序列; $s_0(k)$ 表示期望信号; $a(\theta_i)(i=1,2,3,\dots,M)$ 表示干扰信号的导向矢

量; $s_i(k)(i=1,2,3,\dots,M)$ 表示 K 时刻的干扰信号; $n(k)$ 表示 K 时刻的加性高斯白噪声向量。

天线阵列接收到的信号用矢量形式表示为:

$$x(t) = As(t) + n(t) \quad (2)$$

其中, 阵列流型矩阵为:

$$A = [a_0(\omega_0) \ a_1(\omega_0) \ \dots \ a_M(\omega_0)] \quad (3)$$

且:

$$a_i(\omega_0) = [1, e^{-2j\pi d \sin \theta / \lambda}, \dots, e^{-2j\pi(m-1)d \sin \theta / \lambda}]^T \quad (4)$$

因为阵元间距太大出现栅瓣, 阵元间距太小会出现耦合现象, 所以阵元间距 d 一般取 $\lambda/2$ 。

输出信号表示为 N 个阵元通道上接收信号的加权和, 其表达式为:

$$y = \sum_{i=1}^N w_i^H x_i = w^H x \quad (5)$$

其中, $w = [w_1, \dots, w_N]^T$ 为波束成形器的权值向量; $(\cdot)^T$ 表示转置; $(\cdot)^H$ 表示共轭转置。

3 Capon 波束成形器

3.1 标准 Capon 波束成形器

标准 Capon 波束成形器也叫最小方差无失真响应 (minimum variance distortionless response, MVDR) 波束成形器, 它要求在期望信号增益为 1 的情况下, 使噪声和干扰的输出功率最小。描述为如下的最优化问题:

$$\begin{aligned} \min_w \quad & w^H R_{i+n} w \\ \text{s.t.} \quad & w^H a(\theta_0) = 1 \end{aligned} \quad (6)$$

式 (6) 假设干扰加噪声协方差矩阵 R_{i+n} 是已知的, 在实际应用中, 因为不可能得到准确的干扰加噪声协方差矩阵, 所以用 K 次快拍估计得到协方差矩阵 R_x 代替干扰加噪声协方差矩阵 R_{i+n} :

$$R_x = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^N x(k)x(k)^H \quad (7)$$

该最优化问题可以利用拉格朗日乘数方法求解, 解得:



$$w = \frac{R_x^{-1}a(\theta_0)}{a_0^H(\theta_0)R_x^{-1}a_0(\theta_0)} \quad (8)$$

3.2 稀疏约束 Capon 波束成形器

信号的稀疏特性是指一个信号可以用少数个特征向量来表示,因为这少数个特征向量几乎包含了信号大部分的信息。理想的 Capon 波束成形器波束图的阵列增益就是一个稀疏分布,因为它的少部分区域(主瓣)增益为 1,而大部分区域(旁瓣)增益近似为 0,它满足稀疏分布的条件。因此通过在 Capon 波束成形器中加入稀疏分布约束,使阵列波束的增益主要集中于主瓣区域,而旁瓣的增益尽量低。 l_1 范数 Capon 波束成形器(SCCB)优化模型为:

$$\begin{aligned} \min_w & (w^H R_x w + \gamma_1 \|w^H A\|_1) \\ \text{s.t. } & w^H a(\theta_0) = 1 \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $\gamma_1 > 0$ 为最小方差约束项与稀疏约束项的加权因子,矩阵 A 为除去期望信号方向在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 内采样间隔为 1° 的所有角度上的导向矢量集合; $\|\cdot\|_1$ 表示 1 范数。其可以用 MATLAB 的 CVX 等工具包求解。

SCCB 通过利用信号稀疏分布的特性使得旁瓣明显降低,但是其会出现零陷不准的现象,且 γ_1 的选取也是一个问题:当 γ_1 选得较小时,零陷较深,但旁瓣较高,即噪声抑制性能不佳; γ_1 选得较大时,旁瓣下降,零陷又变浅^[12],即干扰抑制能力变弱而且会出现零陷不准的现象。

4 改进的加权稀疏约束 Capon 波束成形器

稀疏约束有效降低了波束图的旁瓣,其是对所有角度施加稀疏约束,因为 l_1 范数会首先抑制较大的元素,所以考虑只在旁瓣上人为地加入对干扰和噪声的约束,提出了加权稀疏约束 Capon 波束成形器(weighted sparsity-constrained Capon beamformer, WSCCB)。可以让波束成形器在旁瓣中的干扰和噪声在不同角度得到不同的加权^[11,12],从而使各个方向得到不同的稀疏分布激励,并对干

扰方向进一步加以约束,从而更好地促进波束图的成形。具体实施步骤可以用旁瓣的阵列流型矩阵 A 的共轭转置与估计的协方差矩阵 R_x 相乘,得到旁瓣上的信息矩阵,再取矩阵每一行的平均值(角度上信息的平均值),得到的值即对每个角度的加权值,所以相当于人为地在旁瓣的干扰和噪声方向上都加大了一个权值。进行加权后的最优化模型为:

$$\begin{aligned} \min_w & (w^H R_x w + \gamma_2 \|w^H A_0 Q\|_1) \\ \text{s.t. } & w^H a(\theta_0) = 1, \\ & w^H A(\theta_i) = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\gamma_2 > 0$ 为加权稀疏项系数; A_0 为旁瓣导向矢量集合; Q 为 $L \times L$ (L 为旁瓣区间内采样间隔为 1° 的角度总数)维的加权矩阵; $A(\theta_i)$ 为干扰导向矢量集合。

Q 的具体构造方法为取矩阵 $A^H R_x$ 每行的均值构成的对角阵作为加权矩阵:

$$Q = \text{diag}[\text{SNM}(A^H R_x)] = \text{diag}(q) = \text{diag}[\text{SNR}(d)] \quad (11)$$

q 为 $L \times 1$ 维列向量:

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \mathbf{M} \\ q_L \end{bmatrix} \quad (12)$$

d 为 N 个 $L \times 1$ 维的列向量构成的矩阵:

$$d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \mathbf{M} \\ d_L \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $d_i = [d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iN}]$

即:

$$q_i = \|d_i\|_2 \quad (14)$$

此方法通过波束成形器的简单运算使旁瓣不同角度得到了不同程度的约束,并可以通过调节加权稀疏项系数 γ_2 来调节零陷深度。

5 仿真实验与分析

本节通过具体仿真实验来验证所提出的 WSCCB 与 SCB, SCCB 和参考文献[13]提出的一种稀疏 Capon 波束成形器(sparse robust Capon beamformer, SRCB)的性能差异。仿真实验采用期望来波方向为 0° 、载波频率为 5 kHz、功率为 13 dB 的远场窄带信号。3 个干扰分别为 -30° 、 30° 和 70° 的复高斯随机信号, 噪声为高斯白噪声。信号入射到阵元数为 8、阵元间距为 $\lambda/2$ 的均匀线阵。仿真中用到的 INR 为 20 dB、20 dB 和 40 dB。快拍数为 100, γ_2 和 γ_2 的值根据经验均设为 0.5, 旁瓣设为 $[-90^\circ, -23^\circ] \cup [23^\circ, 90^\circ]$ 。结果采用 500 次实验的平均值。假设入射的远场窄带信号与干扰无关, 并且期望信号与干扰的方向已知。

5.1 仿真实验 1: 无角度失配时的波束图

无角度失配时的波束图如图 1 所示。由图 1 可看出 SCB 能准确指向期望信号, 干扰处也有零陷, 但旁瓣较高且零陷不深, 所以 SCB 的抗噪能力不佳。SCCB 的旁瓣明显降低, 抗噪能力有所提高, 但其零陷依然不是很理想。SRCB 的旁瓣稍微降低, 但零陷变浅。并且 SCCB 和 SRCB 均出现了零陷不准的现象。而 WSCCB 的旁瓣显著降低, 且零陷很深, 大大提高了抗噪性能与抑制干扰的能力。为更清楚地对比 3 种算法的性能, 表 1 列出了图 1 的具体参数。由表 1 可直观地看到 WSCCB 的最高旁瓣比 SCCB 的最高旁瓣降低了 13.21 dB, WSCCB 的最高零陷比 SCCB 的最高零陷降低了 124.1 dB, 但是 WSCCB 的主瓣宽度相比 SCCB 增加了 16° , 致使 WSCCB 的分辨率有所下降。

5.2 仿真实验 2: 期望信号角度失配时的波束图

在工程当中由于各种原因导致期望信号角度估计偏差的情况也是时有发生, 考量算法在这种情况下下的顽健性也是非常重要的。仿真了

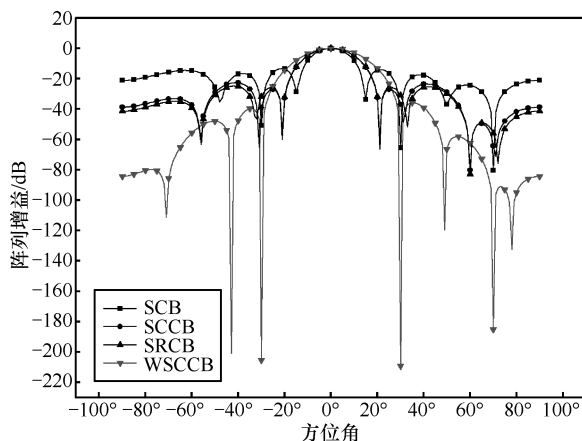


图 1 无角度失配时的波束图

表 1 4 种算法的性能参数比较

算法	最高旁瓣/dB	最高零陷/dB	主瓣宽度
SCB	-12.80	-57.70	29°
SCCB	-22.58	-60.00	42°
SRCB	-24.90	-54.83	42°
WSCCB	-35.79	-184.10	58°

当期望信号存在 5° 偏差 (向右偏了 5°) 时的波束图, 如图 2 所示。

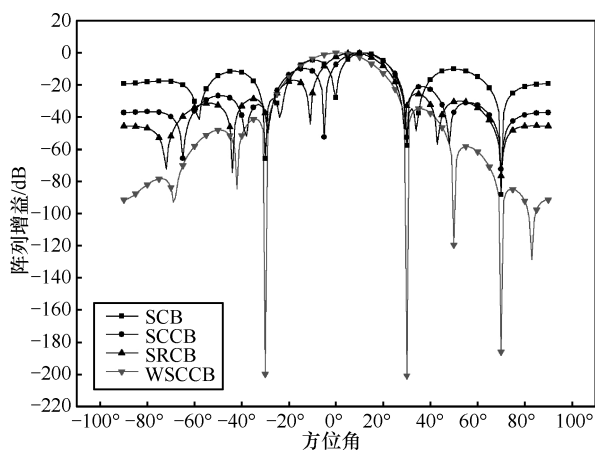


图 2 存在 5° 角度失配时的波束图

由图 2 可以看出, 当期望信号存在 5° 的角度偏差时, 在 SCB 的期望信号方向形成了零陷, 即把期望信号抑制掉了; SCCB 的期望信号方向没有被抑制掉, 但是可以看出主瓣最高点不是 0° , 而是随着期望信号的误差发生了偏移; SRCB 明显发生了向右偏移; WSCCB 的波



形基本上无明显变化, 其主瓣最高点仍为 0° , 旁瓣依然很低, 零陷依然准确, 可见 WSCCB 的顽健性较好。

5.3 仿真实验 3: 存在阵列误差时的波束图

导致阵列误差的因素主要有: 阵元的位置误差、阵元间的互耦、通道失配, 本文主要考虑阵元的位置误差。硬件由于加工时导致的阵元间距误差致使实际阵列模型与理想模型有偏差也是在所难免的。在这种情况下测试各个波束成形器的性能是很有必要的。此次实验设置阵元间距为 $\lambda/2 + \lambda/20$, 存在阵列误差时的波束图如图 3 所示。

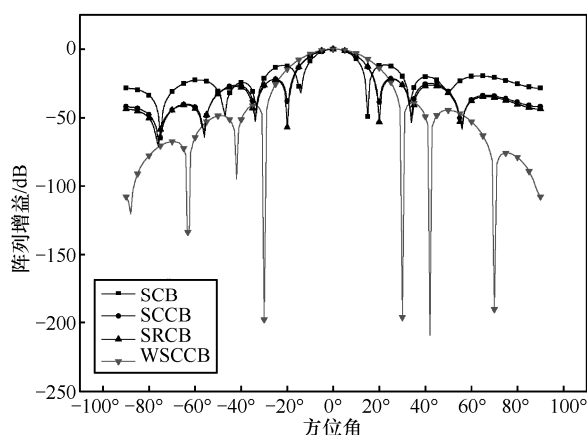


图 3 存在阵列误差时的波束图

由图 3 可以看出, 当存在阵列误差时, 虽然 SCB、SCCB 和 SRCB 的主瓣都指向了期望信号, 但它们的零陷均发生了偏移, 在干扰方向的阵列增益较高, 不能很好地抑制干扰。而 WSCCB 的主瓣能很好地对准期望方向, 旁瓣较低且干扰方向有较深的零陷。可见 WSCCB 对阵列失配的顽健性较好。

6 结束语

本文针对 Capon 波束成形器旁瓣级高及零陷不深的问题, 根据波束响应旁瓣区域宽度远大于主瓣区域宽度, 且主瓣增益为 1, 旁瓣增益为 0 的特性, 结合稀疏约束提出了加权稀疏约

束 Capon 波束成形器。通过利用旁瓣的阵列流型矩阵与协方差矩阵积的行范数构成的矩阵对旁瓣进行加权, 使不同角度得到相应的加权。实验结果表明旁瓣明显降低, 零陷显著加深, 且在期望信号估计存在误差和阵列误差情况下依然能够保持较好的顽健性, 在工程上具有广泛的实用意义。

参考文献:

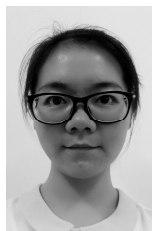
- [1] TUNA C, ZHAO S K, NGUYEN T, et al. Drive-by large-region acoustic noise-source mapping via sparse beamforming tomography[J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2016, 140(4): 2530-2541.
- [2] ARIFFIN W, ZHANG X R, NAKHAI M R. Sparse beamforming for real-time resource management and energy trading in green C-RAN[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 8(4): 2022-2031.
- [3] DIPPEL G, CHMIELEWSKI W, MUECKSCHEL M, et al. Response mode-dependent differences in neurofunctional networks during response inhibition: an EEG-beamforming study[J]. Brain Structure & Function, 2016, 221(8): 4091-4101.
- [4] 张小飞. 阵列信号处理及 MATLAB 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
ZHANG X F. Array signal processing and MATLAB realization[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2015.
- [5] CAPON J. High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis[J]. Proceedings of the IEEE, 1969, 57(8): 1408-1418.
- [6] XU Z, ZAKHAROV Y. Modified null broadening adaptive beamforming: constrained optimisation approach[J]. Electronics Letters, 2007, 43(3): 145-146.
- [7] LI W, MAO X, ZHAI Z. Null broadening beamforming against steering vector mismatch[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2016, 48(11): 116-122.
- [8] SHEN F, CHEN F, SONG J. Robust Adaptive Beamforming Based on Steering Vector Estimation and Covariance Matrix Reconstruction[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(9): 1636-1639.
- [9] ZHANG Y, NG B P, WAN Q. Sidelobe suppression for adaptive beamforming with sparse constraint on beam pattern[J]. Electronics Letters, 2008, 44(10): 610-615.
- [10] ANDRADE J F, CAMPOS M, APOLINARIO J A. L-1-constrained normalized LMS algorithms for adaptive beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2015, 63(24): 6524-6539.

- [11] LIU Y P, WAN Q, CHU X. A robust beamformer based on weighted sparse constraint[J]. Progress In Electromagnetics Research Letters, 2010(16): 53-60.
- [12] 汪小叶, 阳召成, 黄建军, 等. 脉冲噪声下加权稀疏约束稳健波束成形方法[J]. 信号处理, 2017(3): 288-293.
WANG X Y, YANG Z C, HUANG J J, et al. Robust beamforming method with weighted sparse constraints in impulsive noise[J]. Signal Process, 2017, 33(3): 288-293.
- [13] 蒋曦曦, 吴瑛. 一种稳健的稀疏约束 Capon 波束成形算法[J]. 太赫兹科学与电子信息学报, 2015, 13(1): 130-134.
JIANG X X, WU Y. A sparse robust Capon beamforming algorithm[J]. Journal of Terahertz Science and Electronic Information Technology, 2015, 13(1): 130-134.

[作者简介]



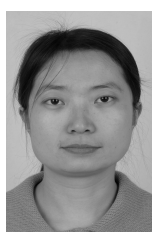
杜永兴(1980-), 男, 博士, 内蒙古科技大学信息工程学院副教授, 主要研究方向为微波技术与天线及数字信号处理等。



马新(1991-), 女, 内蒙古科技大学信息工程学院硕士生, 主要研究方向为波束合成技术和无线光通信技术。



李宝山(1965-), 男, 内蒙古科技大学信息工程学院教授, 主要研究方向为射频识别系统及应用。



秦岭(1979-), 女, 博士, 内蒙古科技大学信息工程学院副教授, 主要研究方向为无线通信系统。